

MAT 333 GEOMETRİ ARA SINAVI CEVAP ANAHTARI

1) a) Aksiyom, önerme, postulat, hipotez ve hüküm kavramlarını açıklayınız.

b) $P(x)$ noktasının $A(a)$ ile $B(b)$ noktaları arasında olması için gerek ve yeter şart $a < x < b$ veya $b < x < a$ olmasıdır, gösteriniz.

cevap: a)

Aksiyom: Doğruluğu ispatsız kabul edilen önermelerdir.

Önerme: İki önerme arasında bir bağlantı kurmaya hüküm, bir hükümün sözcük ifadesine de önerme denir.

Postulat: Doğruluğu birtakım denemelerden sonra ispatsız olarak kabul edilen geometrik ifadelerdir.

Hipotez ve Hüküm: Bir teoremden verilenlere hipotez, ispatı istenen ifadeye de hüküm denir.

b) $|AP| + |PB| = |AB| \Leftrightarrow a < x < b \vee b < x < a$
 $\Rightarrow |AP| + |PB| = |AB|$ olsun.

$a \neq b$, $a < b$ olsun. $x < a$ için

$$|AP| + |PB| = |AB|$$

$$|x - a| + |b - x| = |b - a|$$

$$a - x + b - x = b - a$$

$$a = x$$

olup $x < a$ ile çelişir. Benzer şekilde $x > b$ için de çelişki olup $a < x < b$ elde edilir.

⇐) $a < x < b$ (\vee $b < x < a$) olsun.

$$a < x < b \Rightarrow x - a > 0 \quad b - x > 0 \quad b - a > 0$$

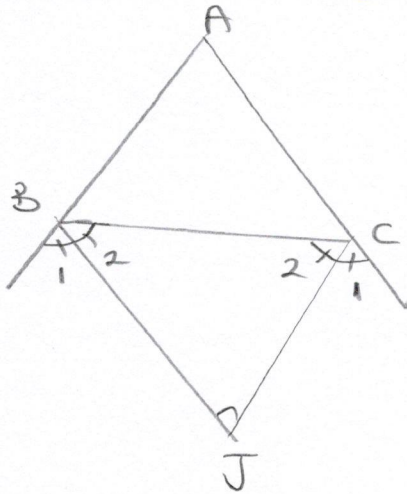
$$|AP| + |PB| \stackrel{?}{=} |AB|$$

$$|AP| + |PB| = |x - a| + |b - x| = x - a + (b - x) = b - a = |AB|$$

⇒ P noktası A ile B arasındadır.

Beraber şekilde $b < x < a$ alındığında da P noktasının A ile B arasında olduğu görülür.

2) Bir üçgende iki dış açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü 90° den kaç derece açının ölçüsünün yarısı kadar eksiktir, gösteriniz.



$$m(\hat{J}) = 90^\circ - \frac{m(\hat{A})}{2}$$

$$m(\hat{B}_1) = m(\hat{B}_2) = \frac{180 - m(\hat{B})}{2}$$

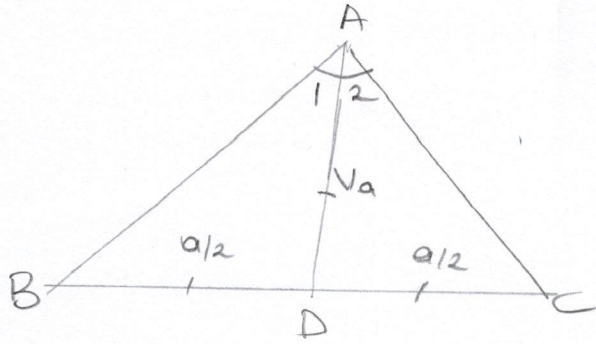
$$m(\hat{C}_1) = m(\hat{C}_2) = \frac{180 - m(\hat{C})}{2}$$

$$m(\hat{J}) = 180 - (m(\hat{B}_2) + m(\hat{C}_2))$$

$$= 180 - \left(\frac{180 - m(\hat{B})}{2} + \frac{180 - m(\hat{C})}{2} \right)$$

$$\left(\vee m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180 \Rightarrow \frac{m(\hat{A})}{2} + \frac{m(\hat{B})}{2} + \frac{m(\hat{C})}{2} = 90 \right)$$
$$= 180 - \left(90 - \frac{m(\hat{B})}{2} + 90 - \frac{m(\hat{C})}{2} \right)$$
$$= 180 - \left(180 - \left(\frac{m(\hat{B})}{2} + \frac{m(\hat{C})}{2} \right) \right) = 180 - \left(180 - \left(90 - \frac{m(\hat{A})}{2} \right) \right) = 90 - \frac{m(\hat{A})}{2}$$

3) Bir üçgende bir kenarortay ortalağığı kenarın yarısına eşitse bu üçgen bir dik üçgendir ve kenarortayın geçtiği köşedeki açı dik açıdır, gösteriniz.



$$m(\hat{A}) + \overbrace{m(\hat{A}_1) + m(\hat{A}_2)}^{m(\hat{A})} = 180^\circ$$

$$m(\hat{A}) = 90^\circ$$

$$|BD| = |DC| = a/2$$

$$V_a = a/2$$

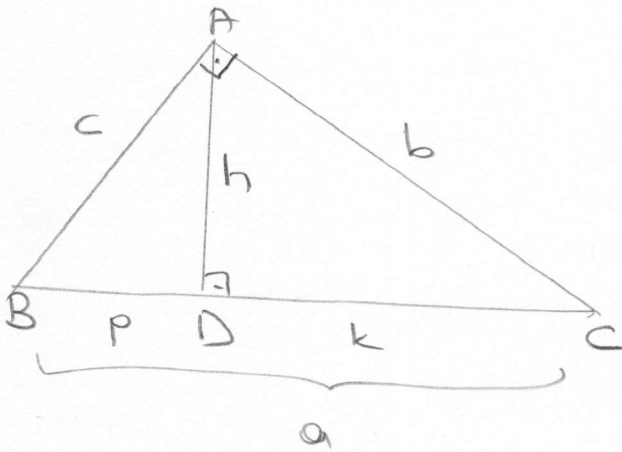
$$m(\hat{B}\hat{A}C) = 90^\circ$$

$\hat{A}DC$ ikizkenar old. dan

$$m(\hat{A}_2) = m(\hat{C})$$

$$m(\hat{A}_1) = m(\hat{B})$$

4) Dik üçgende Öklid bağıntılarını ifade ve ispat ediniz.



$$1) h^2 = pk$$

$$2) c^2 = p \cdot a = p(p+k)$$

$$3) b^2 = k \cdot a = k(p+k)$$

1)

$\hat{A}BD$ den pisagor

$$h^2 + p^2 = c^2$$

$\hat{A}DC$ " "

$$h^2 + k^2 = b^2$$

$\hat{A}BC$ " "

$$+ \quad c^2 + b^2 = a^2$$

$$\hline 2h^2 + p^2 + k^2 = a^2$$

$a = p+k$ olmak üzere

$$2h^2 + p^2 + k^2 = (p+k)^2$$

$$\Rightarrow 2h^2 + p^2 + k^2 = p^2 + 2pk + k^2$$

$$h^2 = pk \text{ elde edilir.}$$

$$2) c^2 = p \cdot a = p(p+k)$$

$$\triangle ABD \text{ pisagor } c^2 = h^2 + p^2 \quad 1) \text{ den } h^2 = pk \text{ olup}$$

$$c^2 = pk + p^2$$

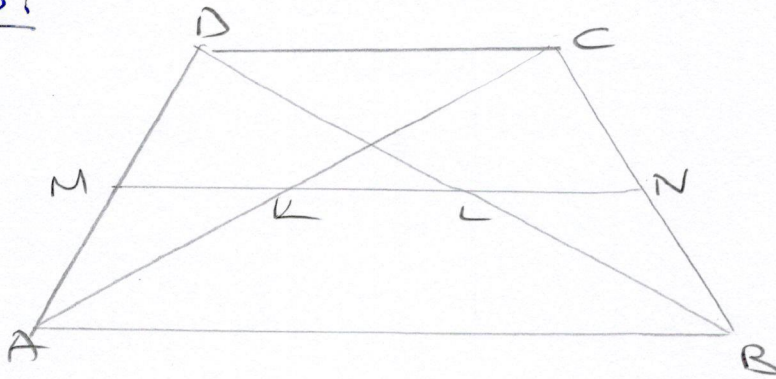
$$c^2 = p(p+k)$$

$$3) b^2 = k \cdot a = k(p+k)$$

$$\triangle BDC \text{ pisagor } b^2 = h^2 + k^2 = pk + k^2 = k(p+k)$$

5) Bir yonukta orta tabanın kissegenler arasin-da kalen parçasinin uzunluğu taban uzunluklari farkinin yarısına esittir.

cevap!



$$|MA| = |DM| \\ |BN| = |CN|$$

$$\triangle MAK \sim \triangle DAC$$

$$\frac{|MA|}{|DA|} = \frac{|MK|}{|DC|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|MK|}{|DC|} \Rightarrow |MK| = \frac{1}{2} |DC|$$

$$\triangle DML \sim \triangle DAB$$

$$\frac{|ML|}{|AB|} = \frac{|DM|}{|DA|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|ML|}{|AB|} \Rightarrow |ML| = \frac{1}{2} |AB|$$

$$|KL| = |ML| - |MK| = \frac{1}{2} |AB| - \frac{1}{2} |DC| = \frac{1}{2} (|AB| - |DC|)$$